

Tepelná vodivost pevných látek

Podmínky v laboratoři:

$$p = 98498 \text{ Pa}$$

$$T = 24,8^\circ \text{C}$$

$$\varphi = 52 \%$$

1. Teorie

Úkolem je změřit tepelnou vodivost kovové tyče, takzvanou absolutní metodou, čili užitím vzorce:

$$Q = \lambda \frac{S}{l} (t_1 - t_2) \tau \quad (1.)$$

(t_1 je teplota na které se udržuje jedna strana tyče přidáváním tepla od ohříváče a t_2 je teplota druhé strany tyče, která je konstantně chlazená chladičem. Tak platí, že je $t_1 > t_2$.

S - průřez tyče, který se časem nemění, l - délka tyče, τ - čas, který uplyne do dosažení rovnovážného stavu, Q - teplo, které za čas τ projde tyčí, λ - tepelná vodivost.)

Teplo se přidává zdrojem, jehož výkon je $P = UI$, takže teplo Q se může vyjádřit jako

$Q = P \cdot \tau$ a rovnice (1.) má tvar:

$$\lambda = \frac{I \cdot U}{t_1 - t_2} \cdot \frac{l}{S} \quad (2.)$$

Na druhé straně se tyč chladí a na obou koncích jsou připojené termočlánky, které rozdíl teplot mezi tyčí a okolím převádějí na napětí ve voltech. Pomocí tohoto napětí se určí teploty t_1, t_2 .

2. Měření a výpočty

Průřez tyče je $S = r^2 \pi$ (3.), naměřené hodnoty poloměru jsou:

$$r_1 = (4,9701 \pm 0,005) \text{ mm} \quad , \quad r_2 = (4,965 \pm 0,005) \text{ mm} \quad , \quad r_3 = (4,965 \pm 0,005) \text{ mm} \quad \text{a}$$

$$r = (4,968 \pm 0,008) \text{ mm} \quad \text{s rel. chybou} \quad \sigma_{r \text{ rel}} = 0,001 \quad .$$

Průřez tedy je $S = (77,53 \pm 0,15) \text{ mm}^2$ s rel. chybou $\sigma_{S \text{ rel}} = 0,002$.

Vzdálenost mezi čidly na různých koncích tyče je,

$$l_1 = (19,25 \pm 0,05) \text{ cm} \quad , \quad l_2 = (19,30 \pm 0,05) \text{ cm} \quad , \quad l_3 = (19,25 \pm 0,05) \text{ cm} \quad \text{a}$$

$$l = (19,28 \pm 0,08) \text{ cm} \quad \text{s rel. chybou} \quad \sigma_{l \text{ rel}} = 0,004 \quad .$$

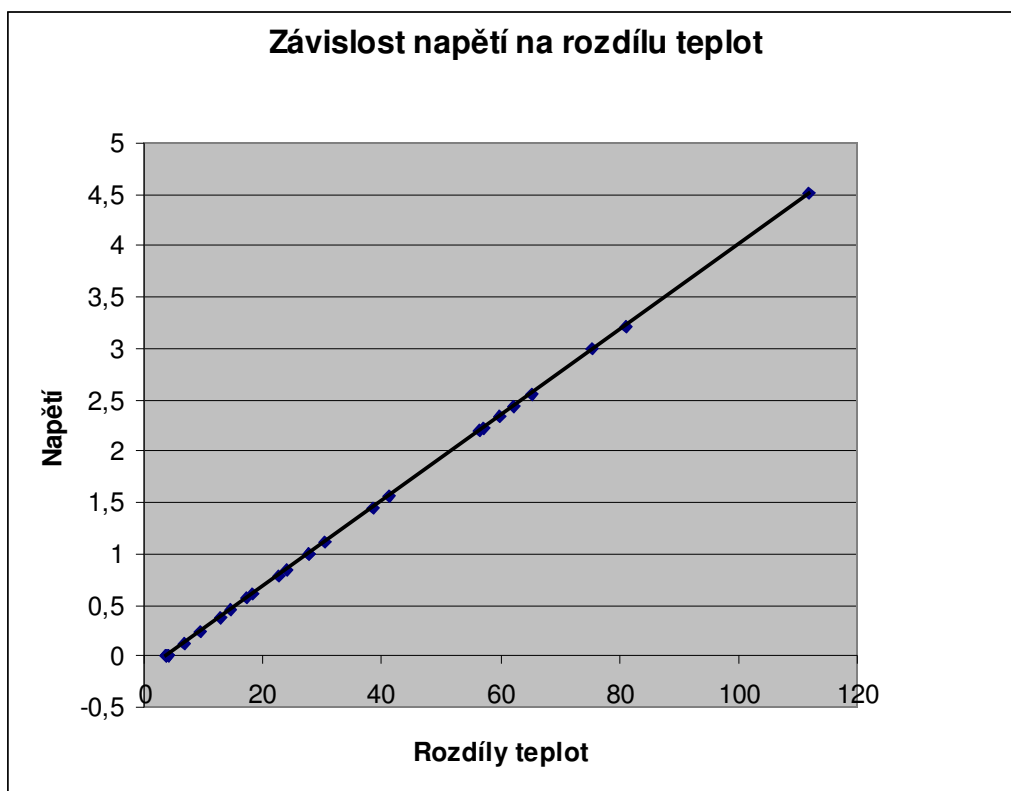
Proud ze zdroje byl $I=(0,257\pm 0,001)A$ s rel. chybou $\sigma_{Irel}=0,003$

Napětí $U=(27,941\pm 0,002)V$ s rel. chybou $\sigma_{Urel}=7,16\cdot 10^{-5}$ tedy

Výkon $P=(7,1808\pm 0,0004)W$ s rel. chybou $\sigma_{Prel}=0,003$.

Čidla převáděla rozdíl teplot tyče a okolí na napětí U_t . Závislost napětí na rozdílu teplot je v Grafu 1. Na x-ové ose jsou naměřené rozdíly teplot mezi okolím a tyčí ve stupních Celsia a na y-ové ose odpovídající napětí. Rovnice přímky v Grafu 1. je

$$y=0,04166\cdot x-0,15321 \quad (4.) \text{ a z toho plyne, že } x=24,00384\cdot U_t+3,67763 \quad (5.)$$



Graf 1.

Až se rozdíl teplot na obou koncích tyče ustálil, tj. po dosažení rovnovážného stavu, napětí na ohřivaném konci bylo $U_{t1}=0,00136V$, což odpovídá rozdílu teplot $\Delta t=3,71^{\circ}C$.

Teplota vzduchu v laboratoři během měření byla $T=(24,80\pm 0,05)^{\circ}C$, takže hledaná **teplota tyče na ohřivané části** je $t_1=24,80^{\circ}C+3,71^{\circ}C=(28,51\pm 0,05)^{\circ}C$ s relativní chybou $\sigma_{(t_1)rel}=0,002$.

Na chlazené části tyče $U_{t_2} = -0,0001 \text{ V}$, $\Delta t = 3,68^\circ \text{ C}$, takže

$$t_2 = 24,80^\circ \text{ C} - 3,68^\circ \text{ C} = (21,12 \pm 0,05)^\circ \text{ C} \text{ , s relativní chybou } \sigma_{(t_2)rel} = 0,002 \text{ .}$$

Chyba při výpočtu teplot t_1, t_2 závisí na chybě, kterou udělal termočlánek a celá měřicí soustava a na chybě při čtení ze stupnice teploty v laboratoři.

První chyba je zanedbatelná vůči druhé, takže $\sigma_{t_1} = \sigma_T = \sigma_{t_2} = 0,05^\circ \text{ C}$.

Tepelná vodivost pak vychází:

$$\lambda = \frac{I \cdot U}{t_1 - t_2} \cdot \frac{l}{S} = \frac{0,257 \text{ A} \cdot 27,941 \text{ V}}{28,51^\circ \text{ C} - 21,12^\circ \text{ C}} \cdot \frac{19,28 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{77,53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,971 \cdot 0,284 \cdot 10^2 = 24,146 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\sigma_{\lambda rel} = \sqrt{\sigma_{Irel}^2 + \sigma_{Urel}^2 + \sigma_{lrel}^2 + \sigma_{(t_1-t_2)rel}^2 + \sigma_{Srel}^2}$$

$$\sigma_{(t_1-t_2)} = \sqrt{\sigma_{t_1}^2 + \sigma_{t_2}^2} = \sqrt{0,005} = 0,07^\circ \text{ C}$$

$$\sigma_{(t_1-t_2)rel} = \frac{0,07}{7,39} = 0,009$$

$$\sigma_{\lambda rel} = \sqrt{0,00011} = 0,01$$

$$\sigma_{\lambda} = 0,253 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\lambda = (24,146 \pm 0,253) \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

3. Závěr

Hodnota tepelné vodivosti měřené tyče je $\lambda = (24,146 \pm 0,253) \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ s relativní chybou 1,05 %, což se blíží tabulkové hodnotě tepelné vodivosti bronzu složeného ze 75 % mědi a 25% cínu, která je $\lambda = 26 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.