Elektrický kalorimetr

1.Podmínky v laboratoři:

$T=21{,}7^0 C$
$p=98\,542\,Pa$
$\varphi=56\,\%$

2.Teorie:

Úkolem je určit měrné teplo vody ryze absolutní metodou s použitím analytické přesné teorie. To znamená z rovnice:

$$t=t_0+\frac{1}{\beta}\cdot(UI-(UI-\beta(t_p-t_0))\cdot e^{-\frac{\beta}{mC+K}\tau})\quad (1).$$

Přičemž , t_0 je teplota okolí, t výsledná teplota vody, t_p počáteční teplota vody, součin UI výkon spirály kalorimetru, τ odpovídající časový interval a C hledané měrné teplo vody.
Ve vzorci se vyskytují další dvě neznámé: kapacita kalorimetru K a koeficient chladnutí β , které se mají určit.

Kapacita kalorimetru se určí z rovnice :

$$(m_1+k)(t_v-t_1)=m_2(t_2-t_v)\quad (2).$$

Přesněji řečeno určí se $k=\frac{K}{C}$ (3) , (redukovaná kapacita kalorimetru). Tato metoda je vlastně metoda měření tepelné kapacity kalorimetru směšovacího, kde se smíchají vzorky vody hmotností m_1 a m_2 o teplotách t_1 a t_2 . Až se vzorky vody smíchají, teploty se vyrovnají na teplotě t_v .

Potom je třeba určit koeficient chladnutí β , což provedu metodou 2, neboli metodou, při které necháme kalorimetr vyhřívat dokud se teplota neustálí na rovnovážné hodnotě t_r podle rovnice:

$$t_r=t_0+\frac{UI}{\beta}\quad (4).$$

3.Měření a výpočty:

Abychom určili kapacitu kalorimetru museli jsme přesně změřit hmotnosti jednoho a druhého vzorku vody a to použitím rovnice:

$$m=\rho V\quad (5).$$

Použijeme ji dvakrát, pro m_1 a $m_{2.}$.
Hustotu vody na teplotě $t_1=19{,}4^0 C$ byla určena interpolací :

$$\rho_1=\rho_d+\frac{\rho_h-\rho_d}{t_h-t_d}\left(\frac{t_h+t_d}{2}-t_d\right)=998{,}40\,kg\cdot m^{-3}\quad (6).$$

Přičemž je ρ_1 hustota vody o teplotě t_1, ρ_d hustota vody o teplotě t_d a ρ_h hustota vody o teplotě t_h. t_d, t_h jsou první nižší a vyšší teplota vody než je t_1, pro kterou je v tabulce uvedená hustota.

A analogicky pro teplotu $t_2 = 40{,}55^0 C$,

$$\rho_2 = 992{,}21 + \frac{990{,}22\, kg\cdot m^{-3} - 992{,}21\, kg\cdot m^{-3}}{45^0 C - 40^0 C}\left(\frac{40^0 C + 45^0 C}{2} - 40^0 C\right) = 992{,}21 + \frac{-1{,}99}{5} 2{,}5 = 991{,}22\, kg\cdot m^{-3}$$

Naměřené objemy vody jsou $V_1 = 202\text{ml} = 0{,}202\, l$ a $V_2 = 200\, ml = 0{,}200\, l$, pak hmotnosti jsou:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = 998{,}40\cdot 0{,}202 = 201{,}68\, g = 0{,}202\, kg$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = 991{,}22\cdot 0{,}20 = 198{,}24\, g = 0{,}198\, kg$$

Poté, než jsme vzorky vody smíchali, byla teplota $t_v = 29{,}05^0 C$. Nyní můžu použít rovnici (2).

$$(m_1 + k)(t_v - t_1) = m_2(t_2 - t_v)$$

$$k = \frac{m_2(t_2 - t_v)}{t_v - t_1} - m_1 = \frac{0{,}198(40{,}55 - 29{,}05)}{29{,}05 - 19{,}40} - 0{,}202 = (0{,}03396 \pm 0{,}00003)\, kg \qquad (7).$$

Chyba při určovaní k hlavně závisí na na chybách $t_2 - t_v$ a $t_v - t_1$ takže,

$$\sigma_{k(rel)} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{0{,}005}}{14{,}7}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{0{,}005}}{9{,}65}\right)^2} = 7{,}65\cdot 10^{-5}$$
$$\sigma_k = 0{,}00003\, kg$$

Následuje výpočet koeficientu chladnutí z rovnice (4):

$$\beta = \frac{UI}{t_r - t_0} = \frac{14{,}7\, W}{61{,}47^0 C - 21{,}70^0 C} = (0{,}36963 \pm 0{,}00065)\, W\cdot K^{-1} \qquad (8).$$

$$\sigma_{\beta(rel)} = \sqrt{\left(\frac{0{,}01}{14{,}7}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{0{,}005}}{39{,}77}\right)^2} = 0{,}0017$$
$$\sigma_\beta = 0{,}00065$$

Po vyhřívání kalorimetru, který byl zahříván konstantním výkonem $UI = 40{,}2\, W$ se ustálila teplota na vody na hodnotě $t_r = 61{,}47^0 C$, což je hodnota použitá v rovnici (8).

Proto je třeba ještě zjistit časovou závislost teploty při ohřevu konstantním výkonem $UI=40{,}2W$

t_{1-5} [^{0}C]	37,4	38,4	39	39,6	40,1
τ_{1-5} [s]	0	48,50	67	119	147
t_{6-10} [□C]	41,00	42,00	43,00	43,50	44,00
τ_{6-10} [s]	199	256	312	342	371
t_{11-15} [□C]	45,00	46,00	46,50	48,00	49,00
τ_{11-15} [s]	431	489	522	613	677
t_{16-20} [□C]	49,30	49,50	50,00	52,00	53,00
τ_{16-20} [s]	696	709	739	890	906
t_{21-25} [□C]	54,00	55,00	56,00	56,50	57,00
τ_{21-25} [s]	973	1040	1103	1159	1182

Teď použiji rovnici (1) s úpravou pro vyjádření hledaného měrného tepla vody.

$$e^{\frac{-\beta\tau}{C(m+k)}}=\frac{t-t_0}{\frac{1}{\beta}\left(UI-\left(UI-\beta\left(t_p-t_0\right)\right)\right)}$$

$$\left(UI-(UI-\beta(t_p-t_0))\,e^{\frac{-\beta\tau}{(m+k)C}}\right)=(t-t_0)\beta$$

$$e^{\frac{-\beta\tau}{(m+k)C}}=\frac{UI-(t-t_0)\beta}{UI-(t_p-t_0)\beta} \qquad (9)$$

$$C=\frac{-\beta\tau}{(m+k)\ln\frac{UI-(t-t_0)\beta}{UI-(t_p-t_0)\beta}}$$

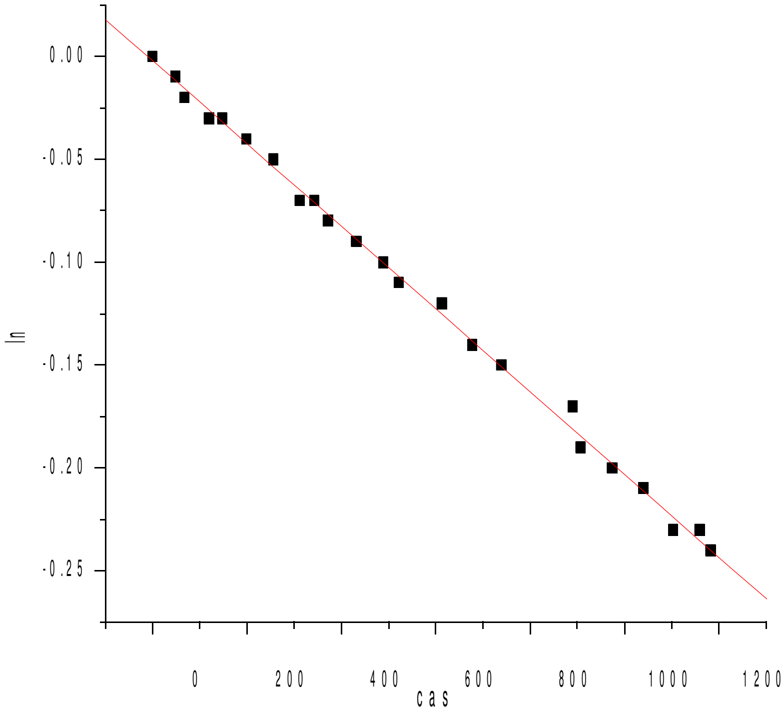
$$\ln\frac{UI-(t-t_0)\cdot\beta}{UI-(t_p-t_0)\cdot\beta}=\frac{-\beta}{(m+k)\cdot C}\cdot\tau$$

Abychom zjistili koeficient $L=\frac{-\beta}{(m+k)\cdot C}\cdot\tau$ (10.) na x-ovou osu grafu vyneseme čas a na y-ovou přirozený logaritmus .

Takto dostanu směrnici L a pak $C=\frac{-\beta\cdot L}{(m+k)}$ (11.).

$$C=\frac{-0{,}369\cdot(-4977{,}2)}{(0{,}399+0{,}036)}=\frac{0{,}365}{0{,}435}=(4222{,}04\pm 42{,}22)\,J\,kg^{-1}\,K^{-1}$$

Ln	Čas [s]
0,00	0
-0,01	48,5
-0,02	67
-0,03	119
-0,03	147
-0,04	199
-0,05	256
-0,07	312
-0,07	342
-0,08	371
-0,09	431
-0,10	489
-0,11	522
-0,12	613
-0,14	677
-0,15	739
-0,17	890
-0,19	906
-0,20	973
-0,21	1040
-0,23	1103
-0,23	1159
-0,24	1182



Graf 1.

$$\sigma_{C(rel)}=\sqrt{\sigma^2_{\beta(rel)}+\sigma^2_{L(rel)}+\sigma^2_{k(rel)}}=\sqrt{28\cdot 10^{-7}+5{,}7\cdot 10^{-9}+10^{-4}}=0{,}01$$
$$\sigma_C=0{,}01\cdot 4222{,}04=42{,}22\,J\,kg^{-1}\,K^{-1}$$

4.Závěr:

Měrné teplo vody vyšlo $C=(4222{,}04\pm 42{,}22)\,J\,kg^{-1}\,K^{-1}$, což odpovídá tabulkové hodnotě $C=4190\,J\,kg^{-1}\,K^{-1}$.
Při tomto výpočtu není brána v úvahu chyba při čtení výkonu ze zdroje a při čtení času pomocí stopek a není důkladně dopočítána chyba při určování logaritmu. Tyto chyby se pravděpodobně v našich podmínkách ani nedají všechny započítat.